第7卷 第3期 西北地震学报 Vol.7, No.3
1985年9月 NORTHWESTERN SEISMOLOGICAL JOURNAL Sept., 1985

对天山地区未来7级大震的预测

朱 世 慧
（新疆维吾尔自治区地震局）

摘 要

本文对1900以后，天山地区7级以上大震序列进行了分析研究。由M—T图显示，目前天山地区七级以上地震活动正处在第三个高潮期。对序列进行线性检验结果，否定了线性趋势存在。周期显著性检验结果，以$\alpha=0.2$的检验水平得到3、5两个周期，并进行了周期趋势外推预测，然后对剩余值序列进行平稳性检验，采用高阶自回归模型进行外推预测。

前 言

为了估计天山地区七级以上大震的潜在危险性，本文在研究这一地区地震活动规律的基础上，采用相应的数学方法进行定量分析，以建立适当的数学模型进行外推预测。

采用的方法大致如下：

1.首先作了天山地区7级以上大震的M—T图，得出该区地震活动规律。2.建立以时间间隔为纵坐标、地震序号为横坐标的时间序列。对其作线性回归分析，检验其线性趋势是否存在。3.利用富氏分析方法进行周期分析，提取显著周期，并进行周期趋势的外推预测。4.以原始序列减去趋势得剩余值，进行平稳性检验。用高阶自回归模型进行外推预测。

2.3、4方法均编成BASIC语言程序在Alpha机上计算。

一、天山地区地震活动性分析

天山地区包括整个天山地震带即东自新疆$\lambda_E 95°$左右，西至苏联$\lambda_E 64°$左右（包括了苏联境内的天山西段和中段），并且把其与西昆仑、帕米尔衔接地带的地震包括在内，即包括了1944年9月27日的喀什7.0级地震，1949年7月10日苏联中亚细亚7.6级地震，1974年乌兹别里山口的7.5级地震。这样共包括了1900年以来上述地带发生的7级以上地震17个（图1）。

由M—T图可以看到，衔接地带的地震都处在天山活动高潮期内。图中V指示的地震为衔接地带的地震，因此可视其为天山带地震活动的一个组成部分。

由M—T图可看出，1900年以来，天山地区七级以上地震活动明显地存在三个活动期。

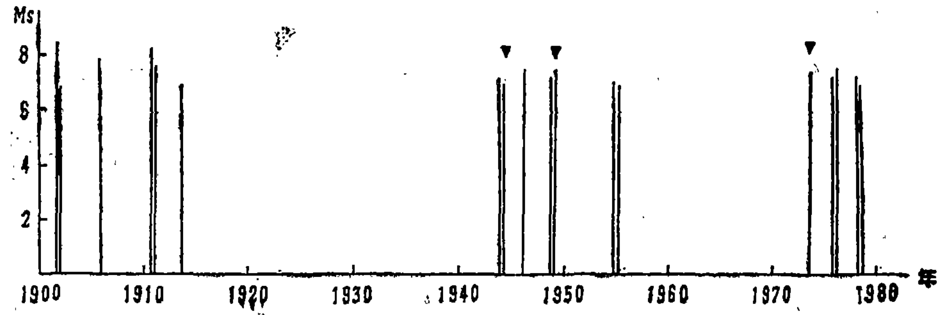

图 1　天山地区7.0级地震M—t图

Fig. 1　M—T diagram of the earthquakes (M⩾7.0) in Tianshan area.

第一个活动期是1902年—1914年，活动期13年，间歇期30年；第二个活动期是1944—1955年，活动期12年，间歇期20年；第三个活动期从1974年开始，可推断大致应到1986年结束。前两个活动期分别有四次活动高峰，每次间隔几年。从目前正处在的第三个活动期看，似乎还缺少一次高峰。因此可大致推断近几年内可能发生 1 ～ 2 次七级以上地震。

二、线性趋势检验

由上面M—T图所见,天山地区七级以上地震的活动存在某种趋势。为了便于用数学方法分析计算，我们在图 1 的基础上，变换坐标。以时间间隔为纵坐标，地震序号为横坐标，给出另一种形式的时间序列（图 2 ）。由图 2 中曲线直观分析，似乎存在线性趋势和周期趋

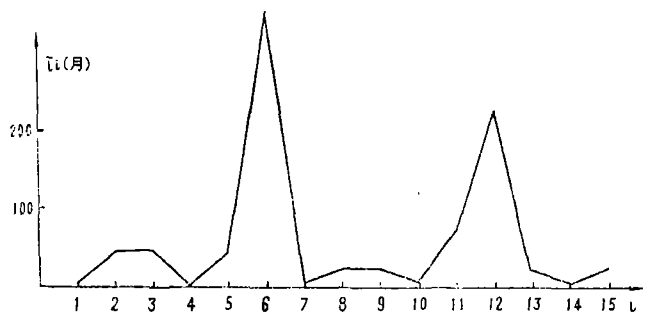

图 2　天山地区M⩾7.0级地震时间间隔曲线

Fig. 2　The intervals between the earthquake (M⩾7.0) in Tianshan area.

势，其它趋势不明显。为获得趋势曲线，我们进行线性趋势的检验。由于图中峰谷较尖锐，我们将时间间隔序列进行对数变换：

$$T_i = \lg \tau_i \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots i = 1, 2 \cdots\cdots\cdots, n$$

取n为15,舍去了1955年乌恰发生的只间隔几十分钟的两个七级地震中的一个。利用(i, Ti), i = 1，…，15来配直线回归方程

$$Ti = \alpha + i\beta$$

求回归系数β和常数项α的公式如下：

$$\beta=\sum_{i=1}^{n}\left(i-\frac{n+1}{2}\right)\left(T_i-\overline{T}\right)\Big/\sum_{i=1}^{n}\left(i-\frac{n+1}{2}\right)^2,\ \alpha=\overline{T}-\frac{n+1}{2}\beta$$

$\overline{T}$为T_1，T_2，……T_n的算术平均值，i的算术平均值为$(1+2+\cdots+n)=\frac{n+1}{2}$。因为i为序号，β的公式还可化简为下式

$$\beta=\frac{12}{n(n^2-1)}\sum_{i=1}^{n}iT_i-\frac{6}{n-1}\overline{T}$$

由这个回归方程得到的直线趋势是否存在，须通过检验才能确定其是否有意义。我们进行了β＝0的假设检验。下面给出经化简后计算方差的公式

$$S^2=\frac{1}{n-2}\left[\sum_{i=1}^{n}\left(T_i-\overline{T}\right)^2+\beta\left(\frac{n+1}{2}\sum_{i=1}^{n}T_i-\sum_{i=1}^{n}iT_i\right)\right]$$

S^2为误差方差估计

$$W=\sqrt{\frac{n(n^2-1)}{12}}\,|\beta|/S$$

W为计算统计量。取α＝0.05，查$t_{13,0.025}$的T分布表为1.77。在输入原始值时将查表值一齐输入，计算机自动进行比较，显示结果W为0.362，小于1.77，β＝0的假设检验成立，因而我们有理由认为线性趋势不存在。

三、周期分析及其外推预测

我们的序列为离散序列，即为时间间隔取过对数后的值（图3的实线部分）。由活动性分析还判断可能存在某种周期变化。因而我们试图从序列中提取形如

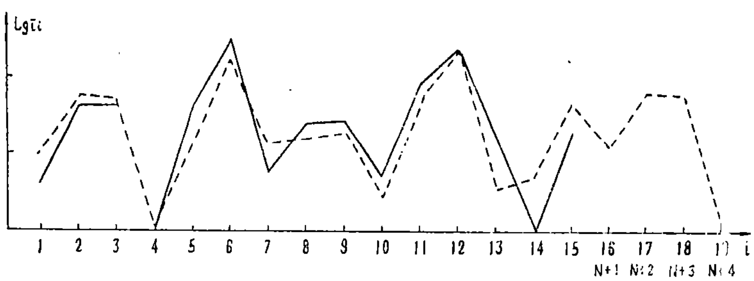

图3　天山地区M≥7级地震时间间隔对数序列外推曲线

Fig3　The extrapolated curve of interval sequence of the earthquakes (M≥7.0) in Tianshan area.

$$A\cos\left(\frac{2\pi}{N}k_i\right)+B\sin\left(\frac{2\pi}{N}k_i\right)\qquad(3-1)$$

的周期成分。其频率为$\frac{K}{N}$，$\frac{K}{N}$不能超过$\frac{1}{2}$。当N为偶数时，K可以取1，2，……$\frac{N}{2}$，当N为奇数时，K可取1，2，……，$\frac{N-1}{2}$。因此我们定义

$$M=\begin{cases}\dfrac{N}{2} & \text{当N为偶数时}\\[2ex] \dfrac{N-1}{2} & \text{当N为奇数时}\end{cases}$$

这时一切可供选择的频率为$\frac{1}{N}$，$\frac{2}{N}$，$\cdots\frac{M}{N}$。这样我们通过这些频率的形如(3—1)式的周期成分来表达原来的数据

$$T_i=a_0+\sum_{K=1}^{M}\left[a_k\cos\left(\frac{2\pi}{N}K_i\right)+b_k\sin\left(\frac{2\pi}{N}K_i\right)\right] \tag{3-2}$$

下面我们直接给出计算系数的有关公式

$$a_0=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}T_i=\overline{T}$$

$$a_k=\frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}T_i\cos\left(\frac{2\pi}{N}k_i\right)\qquad K=1,\cdots,M \tag{3-3}$$

$$b_k=\frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}T_i\sin\left(\frac{2\pi}{N}k_i\right)$$

当N为偶数时，a_M改为$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(-1)T_i$，$b_M=0$。这样把$T_i$分解成了一些简单周期函数的迭加。当然每个周期在其中起的作用大小不一。这个周期在T_i中起作用的大小与它的振幅$a_k^2+b_k^2$成比例，因此我们定义

$$A_k=\frac{N}{2}(a_k^2+b_k^2)$$

$$A_M=Na_M^2 \qquad \text{当N为偶数时}$$

表1给出了a_k、b_k、A_k的值。

表1

K	1	2	3	4	5	6	7
a_k	0.20	−0.20	−0.24	−0.22	0.58	0.16	0.16
b_k	−0.08	−0.10	0.50	0.15	−0.36	0.23	0.01
A_k	0.34	0.37	2.28	0.52	3.49	0.61	0.18

将A_K点在坐标纸上得图4所示的周期图。它反映了每个周期在T_i中作用的大小。这样一些周期的迭加，本身包含了噪声序列，只有显著的周期才能反映趋势，将不显著的周期作为噪声剔除。周期图上显示了两个主要周期成份K＝3、5，其余周期都不显著。这只是直观的初步分析。下面进行周期显著性检验，显然A_K越大，这个周期的作用越显著。我们首先将A_1，A_2，$\cdots A_M$由

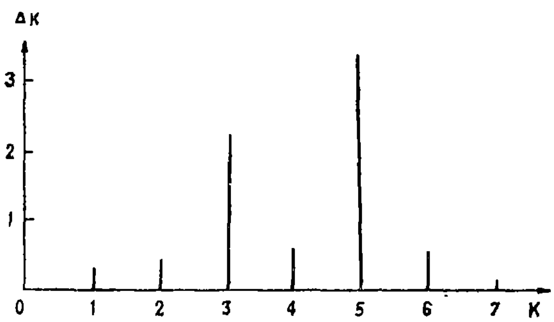

图　4

大到小排列，假定这个次序为A_{i1}，$A_{i2}\cdots$，A_{im}计算

$$Y_1=\frac{A_{i1}}{A_{i1}+A_{i2}+\cdots+A_{iM}}$$

显然$0<y_1<1$，故可找到一个正整数r，使$\frac{1}{r+1}\leqslant y_1<\frac{1}{r}$计算概率

$$P(M_1y_1)=\sum_{j=1}^{r}(-1)^{j+1}\binom{M}{j}(1-jy_1)^{M-1}\quad \binom{M}{j}=\frac{M!}{j!\ (M-j)!}$$

与选定的显著性水平α进行比较。若$(M_1y_1)\leqslant\alpha$则可认为A_{i1}相应的周期$\frac{N}{i_1}$显著。然后考虑A_{i2}相应的周期是否显著。算出$y_i=A_{i2}/(A_{i2}+A_{i3}+\cdots+A_{iM})$以及概率$P(M-1, y_2)$，若显著时再检验下一个，依此类推，直到P大于α为止。

我们最初取α＝0.05算得P_1为0.199，大于0.05，可见取0.05的检验水平得不到一个显著周期。但从实际情况来考虑，α取得这样精确是没有必要的。地震的活动往往不象温度或固体潮那样有精确、明显的周期，地震研究中的数学问题也不能过于精确，那样往往会掩盖问题的本质。另外从周期图上可看到存在着两个相对明显的周期。因此我们将检验水平放宽一点，重新选定α＝0.2，这样算得了两个P通过了检验。$P_1=0.199<0.2$，$P_3=0.14<0.2$，相应的K＝3.5，相应的周期为5、3，相应的频率为$\frac{3}{15}$，$\frac{5}{15}$。它与周期图的直观分析一致。我们认为这样选法较为合适。若α再取大一点，那就达不到一般的精度要求了，噪声就会掩盖真正的周期。因此，在0.2的检验水平下得到5、3两个周期迭加的主值。

$$T_i'=a_0+\sum_{K=1}^{M}\left[a_k\cos\left(\frac{2\pi}{N}k_i\right)+b_k\sin\left(\frac{2\pi}{N}k_i\right)\right]$$

$$=1.294-0.24\cos\left(\frac{2\pi}{15}3i\right)+0.5\sin\left(\frac{2\pi}{15}3i\right)+0.58\cos\left(\frac{2\pi}{15}\cdot 5i\right)-0.36\sin\left(\frac{2\pi}{15}\cdot 5i\right)$$

$$i=1,2,\cdots\cdots 15 \qquad (3-4)$$

图4中的虚线为配得的周期主值，它与原对数曲线拟合情况较好。我们将i＝16、17、18、19四个值代入（3—4）式，可得到四个值的外推曲线（图3中N＋1（i＝16）以后的虚线部分）。对数序列的拟合方差为0.37。

为了进一步分析方便，我们把按对数求得的周期主值换算成原始曲线的周期主值$T^*=T'^{10}$配到原始曲线上（图5），图中实线为原始值，虚线为周期主值。由图5可看到，除了i＝6的特殊点外，其余的点大致拟合还是较好的。拟合方差（即剩余标准差）为40.61。这个方差较大，由图仔细分析，主要是由i＝6的值造成的。如果去掉这项，方差为14.05。我们令$S_1=40.61$，$S_2=14.05$，按S_1分析落在$T^*\pm S_1$、$T^*\pm 2S_1$、$T^*\pm 3S_1$内的均占93%，即只有i＝6的值落在外面。按S_2分析，落在$T^*\pm S_2$内的占60%，$T^*=2S_2$内的占86%，落在$T^*\pm 3S_2$内的占93%。如果取$T^*\pm 2S_2$，那么只有i＝5、6的两项在外。如果抛掉i＝6的项重新计算，落在$T^*\pm 2S_2$内的占93%，落在$T^*\pm 3S_2$内的占100%。由上面拟合方差的分析，我们以大约90%的概率取了$\pm 2S_2$为外推值的上下限，即±2年4个月。

外推预测，序列的最后一次地震为1978年 3 月伊塞克湖7.2级地震，外推$T^*_{N+1}=12.4$（月）即 1979年 1 月 ± 2 年 4 个月，实际发生了 1978年11月 2 日苏联共产主义峰 7.0 级地震（属天山与帕米尔衔接地带的地震），效果较好。表 2 给出了有关计算结果和外推值。由T^*_{N+2}可外推未来一次地震的发震时间。它的结果与M—T图分析结果相一致。

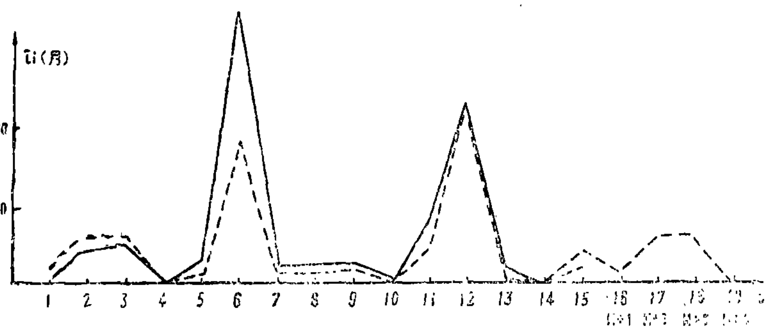

图 5　天山地区M≥7.0级地震时间间隔序列外推曲线

Fig5　The extrapolated curve of interval sequence of the earthquakes (M≥7.0) in Tianshan area.

这里的拟合方差分析实际上就是一个外符检验问题。由图 4 的拟合曲线就可直接看到它的检验效果，不再赘述。

表 2

i	τ_i（月）	$T_i=\lg\tau_i$	T'_i	$T_i^*=T_i$ 110（月）	$Z_i=T_i-T_i^*$	$\tau_i^*=Z_i^*+T_i^*$
1	5	0.70	1.09	1.24	-7.4	
2	48	1.68	1.8	62.6	-14.6	
3	49	1.69	1.78	59.5	-10.9	
4	1	0.00	0.15	1.4	-0.4	
5	42	1.62	1.07	11.8	30.2	
6	355	2.55	2.27	188.1	166.9	
7	6	0.78	1.18	15.1	-9.1	
8	26	1.42	1.21	16.3	9.7	
9	27	1.43	1.33	21.4	5.6	
10	5	0.70	0.46	2.9	201	
11	69	1.84	1.71	51.3	17.7	
12	232	2.36	2.36	229.5	2.5	
13	20	1.30	0.60	4.0	16.0	
14	1	0.00	0.76	58	-4.8	
15	22	1.34	1.64	4.34	-21.4	
N+1 16			1.09	12.4	11.6	24
N+2 17			1.80	62.5	17.7	80.3
N+3 18			1.78	59.5		
N+4 19			0.15	1.4		

四、高阶自回归模型

将原始序列值减去上面求得的周期主值得剩余值

$$Z(i)=T(i)-T^*(i) \qquad i=1,\cdots,n$$

然后进行平稳性检验。如果一个序列为平稳的，应满足：

1.E(X)与t无关，即它的数学期望与时间无关。

2.$cov(x_t, x_s)$即它的自协方差只与$s-t$有关。

它的自相关函数$R(k)$与$cov(x_t, x_s)$只差一常数。考察平稳性一般没有严格的检验法。可将序列分成若干子组，计算各段的自相关函数，看其是否大体一致。我们将序列分成四组：$1\sim N$，$1\sim\frac{2}{3}N$，$\frac{1}{3}N\sim N$，$\frac{N}{5}\sim\frac{4}{5}N$计算

$$R(k)=\frac{1}{N-K}\sum_{i=1}^{N-K}(z_i-a)(z_{i+k}-b)$$

$$a=\frac{1}{N-K}(z_1+z_2+\cdots+z_{N-K})$$

$$b=\frac{1}{N-K}(z_{1+K}+z_{2+K}+\cdots+z_N)$$

$$K=0,1\ 2,3$$

比较各组R值（图6）。四组R值形态大体一致，因此我们可以认为剩余值序列基本上是平稳的（在此要说明一点，计算时我们去掉了$i=6$的特异值）。

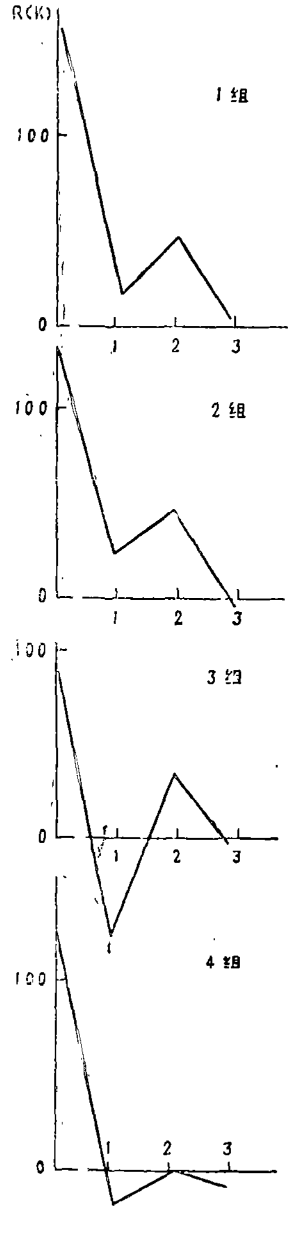

图 6

我们对这个平稳序列进行外推预测，建立外推值是前几个已知值的函数关系

$$Z_{N+1}=f(Z_1, Z_2, \cdots Z_N)$$

我们选用了一维平稳时间序列的高阶自回归模型

$$Z_{N+1}=b_0+b_1z_1+b_2z_2+\cdots+b_Nz_N$$

实际只用了其中部分近似值，即

$$Z_{N+1}=b_0+b_1z_1+b_2z_{N-1}+\cdots+b_{N-M}z_M \tag{4-1}$$

作为预报函数。M这里取作$\frac{N}{5}$。这里的b_i也称自回归系数，利用最小二乘法的原则找出$b_0, b_1, \cdots b_{N-M}$，使$E[Z_i-Z_i^*]^2$达到最小，也就是求$\frac{\partial\phi}{\partial b_i}=0$，$i=1,\cdots N-M$，经求导、变换、整理后得到一组线性方程组（又称Yule－Worker方程）：

$$\begin{cases} b_1 + r(1)b_2 + \cdots + r(m-1)b_m = r(1) \\ r(1)b_1 + b_2 + \cdots + r(m-2)b_m = r(2) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ r(m-1)b_1 + r(m-2)b_2 + \cdots + b_m = r(m) \end{cases} \quad m = N - M \qquad (4-2)$$

r是自相关函数，可由已知观测值估计。因此只要解出这m阶线性方程组就可估计出b_i值。解线性方程组的方法很多，我们这里采用了Tueplity矩阵（r（i－j）即（4－2）式的系数矩阵）特有性质的递推求解法求出。下面给出计算相关函数的公式。先将剩余值序列标准化

$$\frac{Z-A}{S} = Z'$$

$$A = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} Z \qquad S = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(Z-A)^2}$$

自相关函数$r(K) = \frac{1}{N-K}\sum_{i=1}^{N-K} Z'_i \cdot Z_{i+K}$ $(K = 0, 1, \cdots M)$，算得的r作为已知值代入线性方程组求b，最后将b代入预报方程

$$Z^*_{N+1} = A + S\sum_{i=1}^{M} b_i Z'_{N+1-i}$$

这里乘一方差，加一均值是因为前面进行了标准化，将求得的值回代。表2列出了计算结果。剩余值加周期主值得到外推值

$$\tau^*_{N+1} = T^*_{N+1} + Z^*_{N+1}$$

我们并不将剩余值的预测作为主要依据，仅仅是作为对周期外推预测结果的参考和补充。

五、存　在　问　题

由于天山地区有较可靠的地震记录的时间太短，我们处理的又是七级以上大震，因而序列太少。在我们采用数学统计方法处理时，就存在着一个精度问题。尽管如此，通过数学处理，提供了在一定置信度下未来七级大震发生的时间范围，对我们估计该区大震危险性是有帮助的。

（本文1983年12月26日收到）

参　考　文　献

〔1〕张建中、魏公毅、宋良玉等，地震发生的时间概率预报（二），地球物理学报，Vol. 17，No. 3，1974.

〔2〕中国科学院计算中心概率统计组，概率统计计算，科学出版社，1979.

〔3〕中国科学院数学研究所数理统计组，回归分析方法，科学出版社，1975.

〔4〕中国科学院数学研究所概率统计室，常用数理统计表，科学出版社，1974.

A FORECAST TO THE COMING EARTHGUAKES WITH M≥7.0 IN TIANSHAN AREA

Zhu Shihui

(Seismological Bureau of Xinjiang Uygur Autonomous Region, China)

Abstract

This paper deals with earthquake sequence of magnitude over 7.0 in Tianshan region after 1900. It is shown by the M-T diagram that the earthquake activity of magnitude over 7.0 in Tianshan region is just the third activity period at present. The existence of linear trend is negated by the test. The testing result of the period of significance shows there are two periods which are 3 and 5 respectively when the test level is $\alpha=0.2$. It has been done in this paper to have extrapolated prediction by these two periods, to verify the stability to the remained sequence and to have extrapolated prediction by higher autoregression model.