

重力台站资料的补插问题

李瑞浩 毛惠琴

(国家地震局地震研究所)

提 要

从台站实际工作的需要出发, 本文根据纵标组合理论, 导出了一组重力观测资料的补插公式, 并通过实例计算, 检验了各种补插公式可能达到的精度, 提出了补插资料时必须注意的一些原则问题。

目前我国地震战线上, 采用重力仪定点观测的方法作为监视地震的手段之一, 当重力仪作定点观测时, 常常会遇到停电、仪器故障等问题, 使观测资料中断, 为了得到连续的观测资料, 必须进行可靠有效的补插工作, 以弥补由于各种原因造成的资料中断, 便于处理和分析。多年来, 我国各重力台站对此没有统一的方案、全国台站重力规范会议上提出要求解决这个问题。本文拟对有关问题、作一次比较系统的论述。

一、补插公式的推导

补插公式可用潮汐波的线性组合原理来导出。利用线性组合消除全日波和半日波。使组合后的该时刻的重力潮汐接近于零。并根据补插精度的要求, 消除观测资料中的线性漂移, 抛物线漂移等影响, 根据这些原理、列出一系列代数方程、就可以导出各种阶次的补插公式。

补插公式分内插和外推二种、现将计算公式简单推导如下:

根据线性组合理论、对于1阶的 $y(t)$ 序列:

$$y_{-1}(t), y_{-(1-1)}(t) \cdots y_0 \cdots y_{1-1}(t), y_1(t)$$

有二种基本组合形式, 即和组合(或Y型组合)

$$Y_n = y_n + y_{-n} \quad (1)$$

与差组合(或Z型组合)

$$Z_n = y_n - y_{-n} \quad (2)$$

这两种组合有如下的基本关系式:

$$Y_m \cdot Y_r = Y_{m+r} + Y_{m-r} \quad (3)$$

$$Z_m \cdot Z_r = Y_{r-m} - Y_{r+m} \quad (4)$$

$$Y_m \cdot Z_r = Z_{m+r} + Z_{r-m} \quad (5)$$

——固体潮波可以表示为许多不同频率的周期函数之和、即

$$y(t) = \sum R_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) \quad (6)$$

式中

R_i ——振幅,

ω_i ——潮波的角速度;

φ_i ——初相,

t ——观测时刻

根据(2)式对序列(6)作差组合、得

$$Z_m = 2 R_i \sin m\omega_i \cos(\omega_i t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}) \quad (7)$$

固体潮中主要成份是全日波和半日波、即 ω_i 为 15° 和 30° 。如果在(7)式中取 $m=12$,则半日波和全日波即基本消除,也就是在 t 时刻作 Z_{12} 组合,可使潮汐影响接近于零。

由于在观测值中还存在有仪器的零点漂移,在补插中必须予以消除,为此要采取多级组合的方法。如二级组合可消除线性漂移的影响,三级以上的组合可消除抛物线漂移的影响。

现在,我们根据上述二个条件来推导具体的补插公式。

(一) 二次项公式

由(4)式得

$$Z_m^2 = Z_m \cdot Z_m = Y_0 - Y_{2m}$$

取 $Z_{12}^2 = 0$

则

$$Y_0 - Y_{24} = 0$$

由(1)式得

$$2y_0 = y_{24} + y_{-24}$$

$$y_0 = \frac{1}{2}(y_{24} + y_{-24}) \quad (8)$$

y_0 表示补插的观测值, y_{-24} 和 y_{+24} 分别表示 y_0 前后24小时的观测值。

(二) 四次项公式

$$\begin{aligned} Z_m^4 &= Z_m^2 \cdot Z_m^2 \\ &= (y_0 - Y_{2m})(Y_0 - Y_{2m}) \\ &= 2Y_0 - 2(Y_{2m} + Y_{2m}) + Y_{4m} + Y_0 \\ &= 3Y_0 - 4Y_{2m} + Y_{4m} \end{aligned}$$

取 $Z_{12}^4 = 0$

则

$$3Y_0 - 4Y_{2m} + Y_{4m} = 0$$

$$6y_0 - 4(y_{24} + y_{-24}) + (y_{48} + y_{-48}) = 0$$

得

$$y_0 = \frac{1}{6}[4(y_{24} + y_{-24}) - (y_{48} + y_{-48})] \quad (9)$$

(三) 六次项公式

$$\begin{aligned}
 Z_m^6 &= Z_m^3 \cdot Z_m^3 = (Z_m^2 \cdot Z_m)^2 \\
 &= (Z_m Y_0 + Z_m Y_{2m})^2 \\
 &= (2Z_m - Z_{3m} - Z_{-m})^2 \\
 &= 4Z_m^2 - 4Z_m Z_{3m} - 4Z_m Z_{-m} + 2Z_{3m} Z_{-m} + Z_{3m}^2 + Z_{-m}^2 \\
 &= 4(Y_0 - Y_{3m}) - 4(Y_{3m} - Y_{4m}) - 4(Y_{3m} - Y_0) \\
 &\quad + 2(Y_{4m} - Y_{2m}) + (Y_0 - Y_{6m}) + (Y_0 - Y_{-2m}) \\
 &= 10Y_0 - 15Y_{2m} + 6Y_{4m} - Y_{6m}
 \end{aligned}$$

$$\text{取 } Z_{12}^6 = 0$$

$$\text{则 } y_0 = \frac{1}{20} [15(y_{24} + y_{-24}) - 6(y_{48} + y_{-48}) + (y_{72} + y_{-72})] \quad (10)$$

从(8)、(9)、(10)式可以看出由组合而得的偶次项公式都具有中心对称的形式，补插点位于所用补插资料的中央时刻，若取奇次组合，则所得的公式为非对称的形式，如

三次项公式

$$\begin{aligned}
 Z_m^3 &= Z_m^2 Z_m = Z_m Y_0 - Z_m Y_{2m} \\
 &= 3Z_m - Z_{3m} \\
 &= 3(y_{-m} - y_m) - (y_{-3m} - y_{3m})
 \end{aligned}$$

$$\text{取 } Z_{12}^3 = 0$$

$$\text{即 } 3(y_{-12} - y_{12}) - (y_{-36} - y_{36}) = 0$$

$$\text{则 } y_{-36} = 3(y_{-12} - y_{12}) + y_{36} \quad (11)$$

五次项公式

$$\begin{aligned}
 Z_m^5 &= Z_m^3 Z_m^2 = (3Z_m - Z_{3m})(Y_0 - Y_{2m}) \\
 &= 3(Z_m + Z_m) - 3(Z_{3m} + Z_{-m}) - (Z_{3m} + Z_{3m}) + (Z_{3m} + Z_m) \\
 &= 6Z_m - 5Z_{3m} + Z_{3m} - 3Z_{-m} + Z_m \\
 &= 10Z_m - 5Z_{3m} + Z_{3m} \\
 &= 10(y_{-m} - y_m) - 5(y_{-3m} - y_{3m}) + (y_{-6m} - y_{6m})
 \end{aligned}$$

$$\text{取 } Z_{12}^5 = 0$$

$$10y_{-12} = 10y_{12} + 5y_{-36} - 5y_{36} + y_{60} - y_{-60} \quad (12)$$

从原则上说，利用(8) - (12)式的任一式，即可补插得观测序列中所缺的资料，由于内插公式需要补插点前后的资料，在实际工作中有时为了及时补插所缺的资料，往往要求只用前面的观测资料来补插所缺的数据，即要求一套外推的公式，这时只要对(8) - (12)式作些简单的转换，即变换其组合坐标的脚标，就可以使上述内插公式直接变换为全部用负标来表示的外推公式：

$$y_0 = \sum A_i y_{-i} \quad (13)$$

例如把二次项公式(8)的全部脚标加上-24，则得

$$y_0 = 2y_{-24} - y_{-48} \quad (14)$$

当次数 $n \geq 3$ 时，所加脚标数值为 $-12n$ 如

三次项公式

$$y_0 = y_{-72} - 3(y_{-48} - y_{-24}) \quad (15)$$

四次项公式

$$y_0 = 4(y_{-24} + y_{-72}) - (y_{-96} + 6y_{-48}) \quad (16)$$

五次项公式

$$y_0 = 10(y_{-72} - y_{-48}) - 5(y_{-96} - y_{-24}) + y_{120} \quad (17)$$

六次项公式

$$y_0 = (20y_{-72} - y_{-144}) - 15(y_{-48} + y_{-96}) + 6(y_{-24} + y_{-120}) \quad (18)$$

奇次项的外推公式中,有一个辅助的校核,即每一个补插单元(即系数相同的纵标)的脚标之和为 $-24n$ 利用这个条件可以检查出我们的推导有无错误,但偶次项的外推公式无此规律。

(8) — (18)式可以满足重力台站观测资料的补插工作中的各种要求,根据所需的补插精度,可以任意选用其中的公式。

二、各种补插公式的精度讨论

1. 计算概况

为了了解内插和外推公式的精度,这里将用实例计算的方法来比较和检验各种公式的精度。以各台站的重力潮汐理论值为真值,将算得的内插和外推值与其比较,以检验公式本身的误差。又因在实际工作中是补插重力潮汐观测值,因此,又用实际观测资料进行补插比较,以了解在实际应用时所能达到的精度,以便在台站工作中选取合适的补插公式。

我们使用了一些有代表性的资料,作了计算,对武昌台(1976年5月23日)和银川台(1975年11月14日)的理论值应用二次、四次、六次项的内插公式和二次、三次、四次、五次项的外推公式作了计算,并应用潍坊(1976年4月27日)、武昌(1976年5月23日)、天水(1976年4月15日)、银川(1975年11月14日CG—2重力仪记录的资料)等4个台站的重力潮汐观测资料作时间段为一天的补插计算,利用补插值和原数值之差计算出补插值的中误差 m ,作为衡量补插精度的标准,此值列于下表。

2. 计算结果的分析

从表1中可以看出:第一,理论值的补插精度远远高于实测的补插精度,这是容易理解的,因为理论比值没有漂移和其他干扰因素。而实测值存在仪器的漂移和许多干扰因素。致使观测资料中包含了很多偏离半日波和周日波的复杂波形,所以它的补插精度就大受影响。

第二、理论值的补插计算反映了补插公式次数愈高,则补插精度也愈高的客观规律,但把同样的公式应用于实测资料时,则往往得到相反的规律,即补插公式次数愈高,补插的精度反而更低,这表明实测资料中包含有较多的干扰因素。因此,补插公式次数愈高,所用资料序列也愈长,干扰也就愈大,结果反而使精度降低了,所以,补插精度也可以用来衡量观测资料的质量。

第三、相同次数的补插公式对不同台站的观测资料,可能得出精度相差很大的补插结

表1 各种补插公式的精度检验(表中数字单位为微伽)

台站	内 插			外 推				
	二 次	四 次	六 次	二 次	三 次	四 次	五 次	六 次
潍坊(实)	± 16.79	± 17.25	± 16.66	± 21.35	± 20.00	± 34.88		
武昌(实)	± 4.17	± 4.36	± 4.92	± 8.59	± 13.10	± 28.32	± 54.24	± 98.38
武昌(理)	± 2.68	± 0.10	± 0.05	± 5.76	± 1.95	± 00.79	± 0.69	
天水(实)	± 14.06	± 19.23	± 23.73	± 34.11	± 50.82	± 98.06		
银川(实)	± 3.64	± 3.34	± 3.65	± 10.50	± 15.10	± 27.45		
银川(理)	± 2.41	± 0.31	± 0.21	± 4.71	± 1.45	± 0.38	± 0.44	

果,这取决于观测资料本身的精度,例如,同样采用4次项公式,潍坊的内插中误差为 ± 17.25 微伽。而银川(CG—2仪器)为 ± 3.34 微伽,相差5倍之多。这说明后者本身的精度远比前者为高。

第四、外推公式的精度,普遍低于内插公式的精度,特别是当观测资料本身的精度不高时,外推公式将带来更大的误差,而且次数愈高,则引起的误差也越严重。

第五、高于四次项的补插公式,其补插精度为 ± 0.4 微伽左右,它们完全能满足工作的需要。

三、几点结论

根据上述情况,我们在作重力台站观测值的补插计算时,可按下列原则进行。

(一)尽量用内插的方法,避免使用外推的方法。

(二)连续补插一个小时以上至24小时所得到的补插值的精度不受补插个数多少的影响,但超过24个小时的补插,就会使第24个小时以后的补插值之计算建立在前面的补插值的基础上,即利用补插值作补插,这会带来很大的误差,因此,连续补插不应超过24小时。

(三)考虑到计算的精度和速度。以采用四次项内插公式为佳。没有必要采用更高次的补插公式。

(四)若补插点数很少(例如2~3小时)。当用公式计算出来的补插值绘到图上发现内插曲线与原观测曲线的联接存在明显错位时,可参考理论值用徒手描绘补插更为可靠。因为补插计算时,个别点出现误差接近2m~3m是可能的,但所缺资料较多(比如多于5小时),就不能用徒手描绘,这时必须用公式补插。

(本文1982年3月8日收到)

参 考 文 献

- [1] P. Melchior, Harmonic analysis of earth tides, Methods in computational physics. Vol.13.1974.
- [2] P. Melchior, The tides of the planet earth, 1978
- [3] 李瑞浩, 标定重力仪灵敏度的别尔采夫方法, 地壳形变与地震, 第二期1981.

ON INTERPOLATION PROBLEMS OF THE OBSERVATION DATA FOR GRAVITY STATION

Li Ruihao Mao Huiqin
(*Institute of seismology, Wuhan*)

Abstract

In this paper the authors introduce several formulae for interpolating the interrupted observation data in gravity station on the basis of the coordinates combinations theory, the authors also check the calculation accuracy reached possibly, of these formulae by applying the practical observation data and indicate some principal problems which must be considered when we apply above formulae.