

利用模糊数学的方法探索地震的综合预报问题

就目前的预报水平而言, 由于地震发生的许多地球物理背景尚未认清, 所以许多预报规则在某种程度上常有“经验”的性质。正因为是“经验”的, 所以不是十分确切的, 带有“模糊”性质。相对而言, 依靠某种手段(地震历史资料或前兆)来预测地震发生的可能性还是有些办法的(虽然还不大可靠)。实践表明, 单靠一种手段预测地震往往是行不通的。实践中大都是设法把多种手段的预报意见加以综合分析, 以便提高预测的可靠性。在进行综合预报时主要遇到以下两个问题: 1. 如何提高作为预报综合基础之单种手段的预报水平; 2. 当各种手段所提出的预报意见发生分歧时, 如何比较定量地综合权衡各种意见, 力求获得比较合理的综合预报意见。

下面只就第二个问题从模糊数学的角度进行一些讨论。

(一)

记H为预报手段的集合, E为预报意见的集合:

$$H = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$$

$$E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$$

设

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nm} \end{pmatrix}$$

是从H到E的模糊关系(矩阵), r_{ij} 表示第i种手段 h_i 发出第j种预报意见 e_j 的把握程度。

为了归一化起见, 应使 $\sum_{j=1}^m r_{ij} = 1$ ($i = 1, 2, \dots, n$)。

对于固定的i, $(r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im})$ 是E上的一个模糊子集, 它表示第i种手段 h_i 所发出的预报意见。故R是单种手段预报意见所组成的矩阵, 简称R为预报矩阵。

要根据各种手段的预报意见得出综合预报意见, 除需要知道预报矩阵R外, 还要知道各种手段在综合预报中所处的地位, 实际上也就是各种手段的权重分配问题。如何得到比较合理的权重分配问题也可通过模糊数学的方法来解决。我们将在(二)中对权重分配问题加以讨论, 这里暂设我们已经有了一个比较合理的各种手段之权重分配 $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ 。为归一化, 仍应有 $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ 。

由模糊数学的理论可知, 在已知预报矩阵R和各手段之权重分配W的情况下, 综合预报

$P = (P_1, P_2, \dots, P_m)$ 为 W 通过 R 的变换:

$$P = W \circ R$$

其中 \circ 表示模糊矩阵的复合运算, 即

$$p_i = \max_{1 \leq j \leq n} [\min(w_j, r_{ij})] \quad i = 1, 2, \dots, m$$

[例]. 设 $H = \{\text{地形变测量, 波速比, 地磁, 水氦测量}\}$

$E = \{\text{大震, 中震, 小震}\}$

若从地形变测量手段来看, 在未来一个月内在某地区发生大震的可能性为70%, 发生中震的可能性为20%, 发生小震的可能性为10%, 即预报意见为 $(0.7, 0.2, 0.1)$, 其余可类推, 我们有预报矩阵

$$R = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.4 & 0.5 & 0.1 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$$

由 R 可知各种手段的预报意见相当不一致。

此外, 我们还假设已经知道各种手段之权重分配 $W = (0.4, 0.25, 0.15, 0.20)$, 于是由 $P = W \circ R$

$$\begin{aligned} &= (0.4, 0.25, 0.15, 0.20) \circ \begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.4 & 0.5 & 0.1 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{pmatrix} \\ &= (0.4, 0.25, 0.20) \\ &\xrightarrow{\text{归一化}} (0.47, 0.30, 0.23), \end{aligned}$$

故得综合预报意见为 $(0.47, 0.30, 0.23)$, 即发生大震的可能性最大 (可能性约为47%), 发生中震的可能性次之 (约为30%)。

(二)

实际上, 各种手段的权重分配可以根据以往的预报效果加以分析总结而得。过去, 我们往往是把这种分析总结建立在经验的基础上, 而且常常是难以言传的。就目前的地震预报水平而言, 要完全合理地解决权重分配还是不可能的, 但是我们可以利用模糊数学中的择近原则, 从一组备择的权重分配方案中挑选一种相对比较合理的权重分配方案来。

设 $J = \{W_1, W_2, \dots, W_s\}$ 为 H 上一组模糊子集 (称为权重分配备选方案集), 我们试图从 J 中找出一种相对比较合理的权重分配方案 W_i 。

我们将分两步来处理这个问题。

第一步: 考虑一次预报效果。

*这里 E 以震级大小为例, E 也可以是预报地区划分或预报时间段划分。当讨论震级时, 应将预报地区范围和预报时间段先固定下来, 其余类推。此外大、中、小震可以某个震级区间来划分, 例如可设 $M \geq 6$ 为大震, $4 < M < 6$ 为中震, $M < 4$ 为小震。

设对以往某次地震，其预报矩阵为 R ，地震实际发生情况为 P^*

$$P^* = (p_1^*, p_2^*, \dots, p_m^*)^*$$

那么根据模糊数学中的择近原则，若有 $i (1 \leq i \leq s)$ 使

$$(W_j \circ R, P^*) = \max (W_j \circ R, P^*) \\ 1 \leq j \leq s$$

其中形如 (A, B) 的记号表示两个模糊子集 A 与 B 的贴适度，其定义为 $(A, B) = \frac{1}{2} [A \circ B + (1 - A \odot B)]$ 此处 \circ 与 \odot 分别表示 A 与 B 的内积与外积，则认为 W_i 是从 J 中寻找出来的相对比较合理的权重分配方案（只考虑该次预报效果）。

从目前的预报实践看，凭一次地震的预报效果来推断各种手段的权重分配是不够合理的，应进一步考虑多次预报效果，使之相对地更为合理。

第二步：考虑多次预报效果。

如果对于以往若干次预报，均用第一步所指出的方法来确定出每一次的权重分配方案，那么各次所得的权重分配方案可能不完全相同，但从尽可能减少错报的要求来考虑，我们应将各次所得的权重分配方案加以分析，取重复率最高的权重分配方案作为我们的参考方案。

以上挑选比较合理的权重分配方案之算法很容易在计算机上实现。如果考虑到上面所述的权重分配备选方案集 J 中的各方案是人们根据以往的经验而设置的，我们还可对计算机所算出的权重分配参考方案作出某些修正，让计算机再度根据新的方案重新计算，直到得出比较令人满意的权重分配方案为止。这实际上是一种人机交互的过程，既发挥了计算机快速计算的特点，也发挥了人之主观能动性的特点。

〔例〕设权重分配备选方案集 $J = (W_1, W_2, W_3)$

$$\text{其中 } W_1 = (0.2, 0.3, 0.4, 0.1)$$

$$W_2 = (0.4, 0.25, 0.15, 0.2)$$

$$W_3 = (0.3, 0.2, 0.2, 0.3)$$

以往某次预报矩阵为 R （同上例），地震的实际发生情况为 $M = 6.3$ ，相应之 $P^* = (0.7, 0.3, 0)$ 。

我们分别求出以下的贴适度：

$$(W_1 \circ R, P^*) = 0.55$$

$$(W_2 \circ R, P^*) = 0.60 \text{ (最大)}$$

$$(W_3 \circ R, P^*) = 0.525$$

按照择近原则，我们可以认为 W_2 是较合理的权重分配方案（对于该次预报效果而言）。倘若我们有一定数量（例如10次）之以往的预报效果可以比较，每次都具有相应的预报矩阵，重复上述计算，每次都得到一个权重分配方案，倘若其中有7次是 W_2 ，2次是 W_3 ，1次是 W_1 ，那么我们自然就更认为 W_2 是较合理的权重分配参考方案。在这基础上，稍加调整 W_2 中的权重搭配，有可能得出更令人满意的方案。

对于上述计算过程，我们在微型计算机HP—85上利用扩充BASIC语言编制了相应的计

• 严格说来， $P_1^*, P_2^*, \dots, P_m^*$ 中只有一个取1，其余均取0。但在实际情形中，可能出现某些接近临界的情况，例如在（一）之例中，若发生 $M = 6.3$ 的地震，这时最好不要把对应大震的 P_1^* 取为1，把对应中、小震的 P_2^*, P_3^* 取为0，可考虑取 $P_1^* = 0.7, P_2^* = 0.3, P_3^* = 0$ 这里具体取法应视接近临界情况而定，但仍具有模糊性质，新出现的情况与模糊数学中之隶属函数的不确定性相类似。

算程序，並进行了部分数值试验。

由于模糊数学中的某些处理方法带有不确定性的因素，所以这种综合预报方法还有相当的灵活性。我们相信，经过不断的实践，这种综合预报方法在经过改进后有可能付诸实用。

(厦门大学数学系 蔡经球)

(本文1981年4月6日收到)

EXPLORATION OF EARTHQUAKE PREDICTION BY MEANS OF FUZZY MATHEMATICS

Cai Jing—qiu

(*Mathematics Department of Xiamen University*)